

Allenamento alle Olimpiadi di matematica

Prof. Morra

Liceo scientifico Nuzzi di Andria

3 novembre 2015

Giochi d'Archimede 2008

- 1) Un pilota vuole stabilire un nuovo record su un percorso di 50 km: percorrerlo alla velocità media di 100 km/h. A causa di alcuni problemi tecnici impiega 40 minuti per percorrere i primi 25 km. A quale velocità deve percorrere il resto del percorso (andando a velocità costante) per riuscire nel suo intento?
(A) Nessuna velocità glielo consente, (B) 50 km/h, (C) 100 km/h, (D) 150 km/h, (E) 200 km/h.

- 1) Un pilota vuole stabilire un nuovo record su un percorso di 50 km: percorrerlo alla velocità media di 100 km/h. A causa di alcuni problemi tecnici impiega 40 minuti per percorrere i primi 25 km. A quale velocità deve percorrere il resto del percorso (andando a velocità costante) per riuscire nel suo intento?
-  Nessuna velocità glielo consente, (B) 50 km/h, (C) 100 km/h, (D) 150 km/h, (E) 200 km/h.

- 2)** Alberto, Barbara e Clara giocano in un grande piazzale dove ci sono 2008 birilli. Alberto butta giù il triplo dei birilli buttati giù da Barbara, che a sua volta butta giù il doppio dei birilli buttati giù da Clara. Quanti birilli al massimo può aver buttato giù Alberto?
- (A)** 1321, **(B)** 1338, **(C)** 1342, **(D)** 1353, **(E)** 1362.

- 2) Alberto, Barbara e Clara giocano in un grande piazzale dove ci sono 2008 birilli. Alberto butta giù il triplo dei birilli buttati giù da Barbara, che a sua volta butta giù il doppio dei birilli buttati giù da Clara. Quanti birilli al massimo può aver buttato giù Alberto?
- (A) 1321,  1338, (C) 1342, (D) 1353, (E) 1362.

- 4) Su Marte, il Gran Ciambellano dell'Istruzione Marziana ha dichiarato che il prossimo anno scolastico ridurrà del 30% il numero dei maestri di scuola e che a coloro che rimarranno in servizio lo stipendio sarà aumentato del 35%. La spesa complessiva per gli stipendi dei maestri quindi:
- (A) si ridurrà del 5,5%, (B) si ridurrà del 5%, (C) aumenterà del 5%,
(D) resterà invariata, (E) aumenterà del 7%.

- 4) Su Marte, il Gran Ciambellano dell'Istruzione Marziana ha dichiarato che il prossimo anno scolastico ridurrà del 30% il numero dei maestri di scuola e che a coloro che rimarranno in servizio lo stipendio sarà aumentato del 35%. La spesa complessiva per gli stipendi dei maestri quindi:
-  si ridurrà del 5,5%, (B) si ridurrà del 5%, (C) aumenterà del 5%,
(D) resterà invariata, (E) aumenterà del 7%.

- 5) In un triangolo rettangolo ABC i cateti BC e CA misurano 7 cm e 24 cm rispettivamente. Sia H la proiezione di C sull'ipotenusa AB . Quanto vale il perimetro del triangolo HBC ?
- (A) $\frac{262}{25}$ cm, (B) $\frac{501}{49}$ cm, (C) $\frac{392}{25}$ cm, (D) $\frac{801}{49}$ cm, (E) $\frac{412}{25}$ cm.

- 5) In un triangolo rettangolo ABC i cateti BC e CA misurano 7 cm e 24 cm rispettivamente. Sia H la proiezione di C sull'ipotenusa AB . Quanto vale il perimetro del triangolo HBC ?
- (A) $\frac{262}{25}$ cm, (B) $\frac{501}{49}$ cm,  (C) $\frac{392}{25}$ cm, (D) $\frac{801}{49}$ cm, (E) $\frac{412}{25}$ cm.

6) Per quanti valori distinti del numero reale b l'equazione

$$x^2 + bx - 16 = 0,$$

ha due soluzioni reali (eventualmente coincidenti) e queste sono entrambe numeri interi?

(A) Due, **(B)** tre, **(C)** quattro, **(D)** cinque, **(E)** sei.

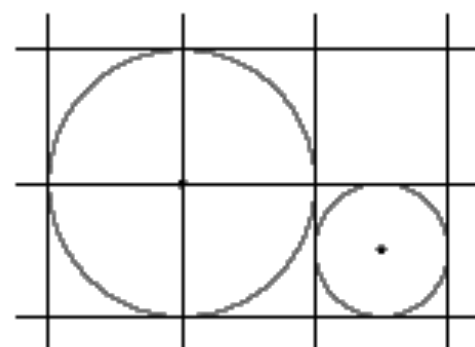
6) Per quanti valori distinti del numero reale b l'equazione

$$x^2 + bx - 16 = 0,$$

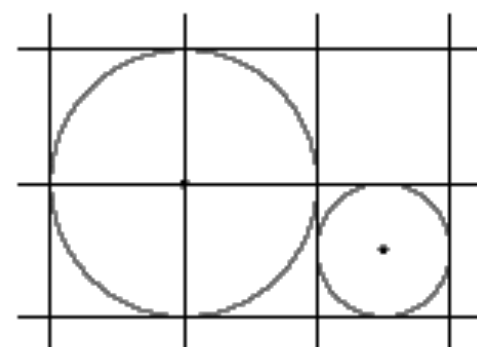
ha due soluzioni reali (eventualmente coincidenti) e queste sono entrambe numeri interi?

(A) Due, (B) tre, (C) quattro,  cinque, (E) sei.

- 7) In un foglio a quadretti in cui il lato di un quadretto è 2 cm, sono disegnati due cerchi come nella figura a fianco. La misura della minima distanza tra i due cerchi è:
- (A) $\sqrt{10}$ cm, (B) 3 cm, (C) $(\sqrt{10}+3)$ cm, (D) $(\sqrt{10}-2)$ cm, (E) $(\sqrt{10}-3)$ cm.



- 7) In un foglio a quadretti in cui il lato di un quadretto è 2 cm, sono disegnati due cerchi come nella figura a fianco. La misura della minima distanza tra i due cerchi è:
- (A) $\sqrt{10}$ cm, (B) 3 cm, (C) $(\sqrt{10}+3)$ cm, (D) $(\sqrt{10}-2)$ cm, ~~(E) $(\sqrt{10}-3)$ cm.~~



- 8) Per ogni numero naturale n indichiamo con S_n la somma dei primi dieci multipli di n : ad esempio $S_2 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$. Quanto vale $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10}$?
- (A) 2925, (B) 3025, (C) 3125, (D) 3225, (E) 3325.

- 8) Per ogni numero naturale n indichiamo con S_n la somma dei primi dieci multipli di n : ad esempio $S_2 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$. Quanto vale $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10}$?
- (A) 2925,  3025, (C) 3125, (D) 3225, (E) 3325.

Il quesito precedente è risolto con la seguente formula:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k + 1)}{2}$$

Conviene ricordare anche quest'altra:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$$

- 9) Un quadrilatero $ABCD$ ha le diagonali perpendicolari tra loro ed è inscritto in una circonferenza c di diametro AC . L'area e il perimetro del quadrilatero sono rispettivamente 48 cm^2 e 28 cm . Quanto misura il raggio della circonferenza c ?
(A) 4 cm, (B) 5 cm, (C) 6 cm, (D) 7 cm, (E) 8 cm.

- 9) Un quadrilatero $ABCD$ ha le diagonali perpendicolari tra loro ed è inscritto in una circonferenza c di diametro AC . L'area e il perimetro del quadrilatero sono rispettivamente 48 cm^2 e 28 cm . Quanto misura il raggio della circonferenza c ?
- (A) 4 cm, ~~(B) 5 cm~~, (C) 6 cm, (D) 7 cm, (E) 8 cm.

- 10) Uno studente di Fibonacci inventò una sequenza di numeri definita in questo modo: il primo e il secondo numero della sequenza sono 0 e 1 rispettivamente; ogni numero della sequenza, dal terzo in poi, è pari alla somma di tutti i numeri che lo precedono (lui escluso!). Qual è il quindicesimo numero della sequenza?**
(A) 377, (B) 2084, (C) 2584, (D) 3012, (E) 4096.

- 10) Uno studente di Fibonacci inventò una sequenza di numeri definita in questo modo: il primo e il secondo numero della sequenza sono 0 e 1 rispettivamente; ogni numero della sequenza, dal terzo in poi, è pari alla somma di tutti i numeri che lo precedono (lui escluso!). Qual è il quindicesimo numero della sequenza?
(A) 377, (B) 2084, (C) 2584, (D) 3012,  4096.

- 11) n e m sono due numeri interi positivi per cui: $\sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}} = m + n\sqrt{2}$. Quanto vale $m + n$?
- (A) 3, (B) 4, (C) 5, (D) 6, (E) 7.

- 11) n e m sono due numeri interi positivi per cui: $\sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}} = m + n\sqrt{2}$. Quanto vale $m + n$?
- (A) 3, (B) 4, (C) 5, (D) 6, (E) 7.

- 12) La media aritmetica di ventisette numeri naturali consecutivi è 2008. Quanto vale il più piccolo tra essi?
- (A) 1995, (B) 1997, (C) 1999, (D) 2001, (E) 2004.

12) La media aritmetica di ventisette numeri naturali consecutivi è 2008. Quanto vale il più piccolo tra essi?

 (A) 1995, (B) 1997, (C) 1999, (D) 2001, (E) 2004.

- 14) Quante sono le terne ordinate distinte (x, y, z) formate da numeri interi positivi (strettamente maggiori di zero) tali che

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9 ?$$

(A) Nessuna, (B) due, (C) tre, (D) quattro, (E) più di sei.

14) Quante sono le terne ordinate distinte (x, y, z) formate da numeri interi positivi (strettamente maggiori di zero) tali che

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9 ?$$

(A) Nessuna, (B) due, (C) tre,  quattro, (E) più di sei.

13) Sia N il più grande tra i numeri naturali n che verificano la disuguaglianza

$$\frac{n}{n+1} < \frac{6024}{6027}.$$

Qual è la somma delle cifre di N ?

(A) 6, (B) 7, (C) 8, (D) 9, (E) 10.

13) Sia N il più grande tra i numeri naturali n che verificano la disuguaglianza

$$\frac{n}{n+1} < \frac{6024}{6027}.$$

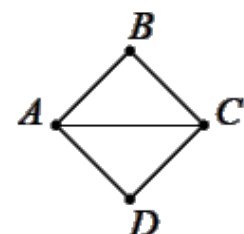
Qual è la somma delle cifre di N ?

(A) 6, (B) 7, (C) 8, (D) 9, (E) 10.

- 16)** In un sacchetto ci sono 20 palline e su ciascuna è scritto un numero intero compreso tra 0 e 10 (0 e 10 inclusi). Il numero scritto su ogni pallina se non è zero è la somma dei numeri scritti su tutte le altre palline. Allora le palline su cui è scritto zero sono:
- (A) non più di cinque, (B) dieci, (C) tredici, (D) sedici, (E) almeno diciotto.

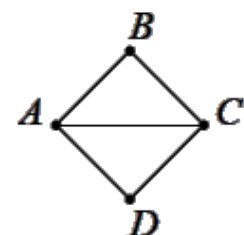
- 16) In un sacchetto ci sono 20 palline e su ciascuna è scritto un numero intero compreso tra 0 e 10 (0 e 10 inclusi). Il numero scritto su ogni pallina se non è zero è la somma dei numeri scritti su tutte le altre palline. Allora le palline su cui è scritto zero sono:
- (A) non più di cinque, (B) dieci, (C) tredici, (D) sedici,  almeno diciotto.

- 17) La figura a fianco è la pianta di un quartiere: i punti A , B , C e D sono le case e i segmenti sono le strade. Da quante delle quattro case è possibile partire per fare un percorso che passi una e una sola volta da ogni strada (passando eventualmente più di una volta per una stessa casa)?
- (A) 0, (B) 1, (C) 2, (D) 3, (E) 4.



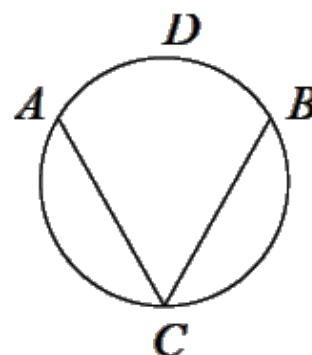
17) La figura a fianco è la pianta di un quartiere: i punti A , B , C e D sono le case e i segmenti sono le strade. Da quante delle quattro case è possibile partire per fare un percorso che passi una e una sola volta da ogni strada (passando eventualmente più di una volta per una stessa casa)?

(A) 0, (B) 1, ~~(C) 2~~, (D) 3, (E) 4.



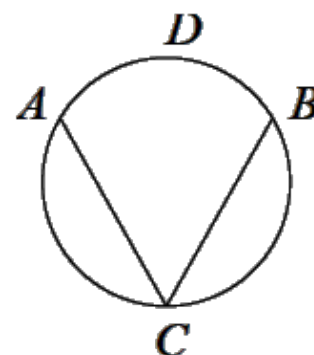
- 19) Il raggio della circonferenza a fianco è di 5 cm; inoltre i punti A , B e C dividono la circonferenza in tre archi di uguale lunghezza. Calcolare l'area delimitata dalle corde AC e BC e dall'arco di estremi A e B contenente D .

(A) $25(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ cm}^2$, (B) $25(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$, (C) $15(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ cm}^2$, (D) $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$, (E) $\frac{25}{2}(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}/2) \text{ cm}^2$.

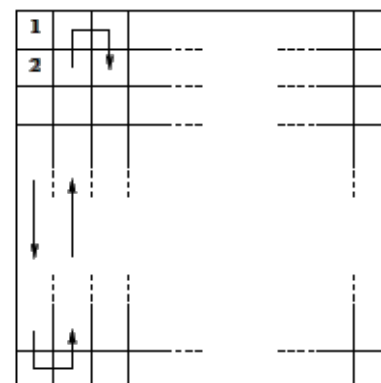


- 19) Il raggio della circonferenza a fianco è di 5 cm; inoltre i punti A , B e C dividono la circonferenza in tre archi di uguale lunghezza. Calcolare l'area delimitata dalle corde AC e BC e dall'arco di estremi A e B contenente D .

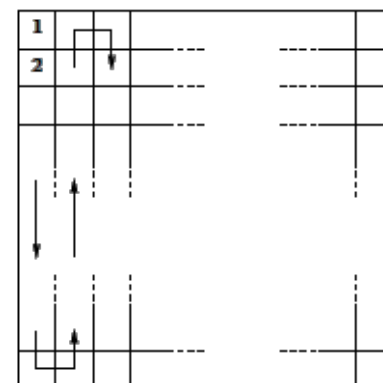
(A) $25(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ cm}^2$, (B) $25(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$, ~~(C) $15(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ cm}^2$~~ , (D) $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$, (E) $\frac{25}{2}(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}/2) \text{ cm}^2$.



- 20) Le caselle di una scacchiera quadrata sono numerate come illustrato nella figura a fianco. Nella seconda colonna si trova la casella numero 38 e la casella della terza colonna che sta sulla sua stessa riga ha il numero 43. Quante caselle ha la scacchiera?
- (A) 144, (B) 160, (C) 225, (D) 400, (E) 625.



- 20) Le caselle di una scacchiera quadrata sono numerate come illustrato nella figura a fianco. Nella seconda colonna si trova la casella numero 38 e la casella della terza colonna che sta sulla sua stessa riga ha il numero 43. Quante caselle ha la scacchiera?
- (A) 144, (B) 160, (C) 225, ~~(D) 400~~, (E) 625.



21) Ogni volta che Agilulfo torna a casa da scuola dopo aver preso un brutto voto, se la sua mamma è in casa lo mette in punizione. Sapendo che ieri pomeriggio Agilulfo non è stato messo in punizione, quale delle seguenti affermazioni è certamente vera? (A) ieri Agilulfo ha preso un brutto voto, (B) ieri Agilulfo non ha preso un brutto voto, (C) ieri pomeriggio la sua mamma era in casa, (D) ieri pomeriggio la sua mamma non era in casa, (E) nessuna delle precedenti affermazioni è certamente vera.

21) Ogni volta che Agilulfo torna a casa da scuola dopo aver preso un brutto voto, se la sua mamma è in casa lo mette in punizione. Sapendo che ieri pomeriggio Agilulfo non è stato messo in punizione, quale delle seguenti affermazioni è certamente vera? (A) ieri Agilulfo ha preso un brutto voto, (B) ieri Agilulfo non ha preso un brutto voto, (C) ieri pomeriggio la sua mamma era in casa, (D) ieri pomeriggio la sua mamma non era in casa,  nessuna delle precedenti affermazioni è certamente vera.

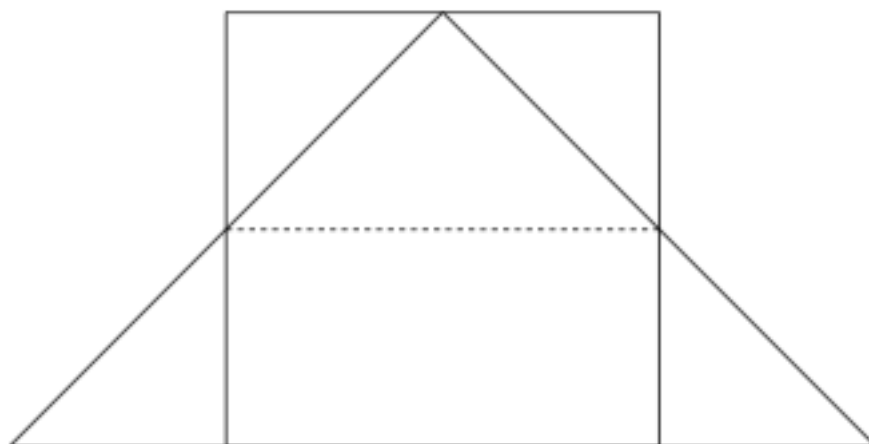
- 23)** Su un foglio del quaderno di Carlo c'è un rettangolo con due lati gialli di 24 cm e due lati rossi di 36 cm. Carlo colora ogni punto del rettangolo dello stesso colore del lato più vicino al punto stesso. Quale sarà l'area della parte del rettangolo colorata di giallo?
- (A) 144 cm^2 , (B) 288 cm^2 , (C) 364 cm^2 , (D) 442 cm^2 , (E) 524 cm^2 .

23) Su un foglio del quaderno di Carlo c'è un rettangolo con due lati gialli di 24 cm e due lati rossi di 36 cm. Carlo colora ogni punto del rettangolo dello stesso colore del lato più vicino al punto stesso. Quale sarà l'area della parte del rettangolo colorata di giallo?

(A) 144 cm^2 ,  288 cm^2 , (C) 364 cm^2 , (D) 442 cm^2 , (E) 524 cm^2 .

- 24) C e T sono rispettivamente un cono e un cilindro circolari retti, che hanno lo stesso asse e hanno le basi nello stesso piano (e sono rivolti dalla stessa parte rispetto a questo piano). L'area di base di C misura $400\pi \text{ cm}^2$ mentre il raggio di base di T misura 10 cm. Inoltre le altezze di C e T misurano entrambe 20 cm. Quale percentuale del volume di C è contenuta dall'intersezione tra C e T ?
- (A) $20\sqrt{2} \%$, (B) 40% , (C) 50% , (D) 60% , (E) $50\sqrt{2} \%$.

- 24) C e T sono rispettivamente un cono e un cilindro circolari retti, che hanno lo stesso asse e hanno le basi nello stesso piano (e sono rivolti dalla stessa parte rispetto a questo piano). L'area di base di C misura $400\pi \text{ cm}^2$ mentre il raggio di base di T misura 10 cm. Inoltre le altezze di C e T misurano entrambe 20 cm. Quale percentuale del volume di C è contenuta dall'intersezione tra C e T ?
- (A) $20\sqrt{2} \%$, (B) 40 %, ~~(C) 50 %~~, (D) 60 %, (E) $50\sqrt{2} \%$.



- 25)** Giovanni vuole disegnare un quadrato formato da nove caselle (tre caselle per lato) e scrivere in ogni casella un numero a scelta tra 0, 1, 2, 3, 4, in modo che fissata comunque una riga, una colonna o una diagonale del quadrato, la somma dei numeri presenti nelle sue caselle sia sempre uguale a 4. Quanti diversi quadrati può costruire?
- (A) Nessuno, (B) 1, (C) 2, (D) 3, (E) 4.

25) Giovanni vuole disegnare un quadrato formato da nove caselle (tre caselle per lato) e scrivere in ogni casella un numero a scelta tra 0, 1, 2, 3, 4, in modo che fissata comunque una riga, una colonna o una diagonale del quadrato, la somma dei numeri presenti nelle sue caselle sia sempre uguale a 4. Quanti diversi quadrati può costruire?

 Nessuno, (B) 1, (C) 2, (D) 3, (E) 4.

Gli altri incontri

- **Martedì 10 novembre**
- **Martedì 17 novembre**

15,30-17,30