

1

$$r: \begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \\ z=5-3t \end{cases}$$

$$s: \begin{cases} x=2+k \\ y=-3-k \\ z=2+2k \end{cases}$$

Condizione necessaria affinché due rette siano sghembe è che esse non siano parallele.

$$\vec{v}_r = [-1, 1, -3] \quad \vec{v}_s = [1, -1, 2] \quad (\text{vettori direzione di } r \text{ ed } s)$$

$$\vec{v}_r \not\parallel \vec{v}_s \text{ perché } \nexists k \in \mathbb{R} / \vec{v}_r = k \vec{v}_s. \text{ Dunque } r \not\parallel s.$$

Proviamo a vedere se sono incidenti:

$$\begin{cases} 1-t=2+k \\ -1+t=-3-k \\ 5-3t=2+2k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k=-1-t \\ -1+t=-3+1+t \\ 5-3t=2-2-2t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k=-1-t \\ -1=-2 \\ -t=-5 \end{cases}$$

relazione assurda, perciò il sistema è impossibile.

Ciò significa che le due rette non hanno punti in comune, non sono perciò incidenti.

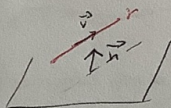
r ed s non sono né parallele, né incidenti $\Rightarrow r$ ed s sono sghembe.

2

$$r: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+2t \\ z=3-5t \end{cases} \\ \vec{v}_r = [3, 2, -5]$$

$\alpha // r$ e passante per $A(-3; 4; 0)$
 $B(0; 2; 5)$

$$\alpha: ax + by + cz + d = 0 \\ \vec{n} = [a, b, c]$$



$$\alpha // r \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0$$

$$\begin{cases} 3a + 2b - 5c = 0 \\ -3a + 4b + d = 0 \quad (\text{pass. per } A) \\ 2b + 5c + d = 0 \quad (\text{" " } B) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -2b - 5c \\ 3a + 2b - 5c = 0 \\ -3a + 4b - 2b - 5c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -2b - 5c \\ 3a + 2b - 5c = 0 \\ -3a + 2b - 5c = 0 \end{cases}$$

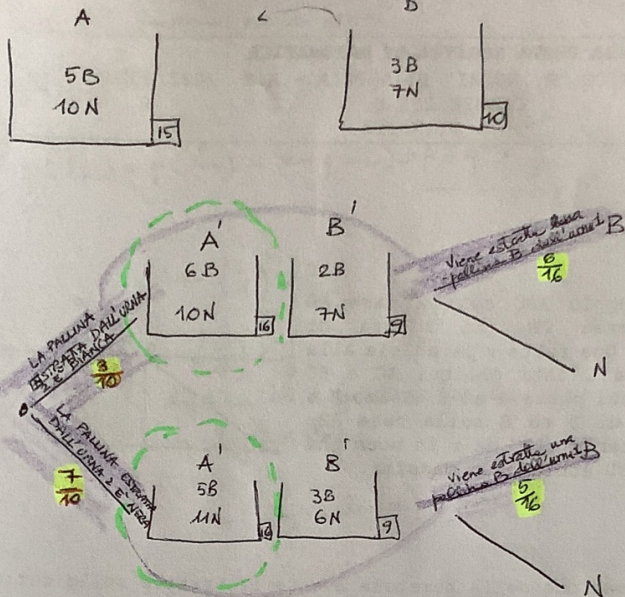
$$\begin{aligned} & \text{C4} \\ & \begin{cases} d = -2b - 5c = -25c \\ 3a + 20c - 35c = 0 \Rightarrow 3a = 15c \\ \boxed{a = 5c} \end{cases} \end{aligned}$$

Eq. me piano α : $5cx + 10cy + cz - 25c = 0$

PAG. 1

$$\boxed{5x + 10y + z - 25 = 0}$$

3



Formule di disintegrazione:

$$p(B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{16} = \frac{18+35}{160} = \frac{53}{160}$$

4 $p = \frac{1}{4}$ (probabilità del successo nella singola prova)
 $q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Si tratta delle prove ripetute!

a) Indico con $C_{\geq 2}$ l'evento "il tiratore fa centro almeno 2 volte"

$$C_{\geq 2} = \overline{C_0 \cup C_1}$$

ovvero $C_{\geq 2}$ è il contrario dell'evento somma logica degli eventi:

C_0 = "il tiratore non fa mai centro"

C_1 = "il tiratore fa centro un'unica volta"

$$\begin{aligned} p(C_{\geq 2}) &= 1 - p(C_0 \cup C_1) = 1 - \underbrace{(p(C_0) + p(C_1))}_{\substack{\text{essendo} \\ C_0 \text{ e } C_1 \text{ incompatibili}}} = 1 - q^6 - \binom{7}{1} p^1 q^5 \\ &= 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^6 - 7 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \\ &= 1 - \frac{3^6 + 7 \cdot 3^5}{4^6} \\ &= 1 - \frac{3^5(3+7)}{4^6} \\ &= 1 - \frac{3^5 \cdot 10}{4^6} = 1 - \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \\ &= 0,56 = 56\% \end{aligned}$$

e) Incognita: numero n di prove.

$$P(C_{\geq 1}) \stackrel{!}{>} \frac{2}{3}$$

$$P(C_{\geq 1}) = P(\bar{C}_0) = 1 - P(C_0) = \boxed{1 - q^n \stackrel{!}{>} \frac{2}{3}}$$

$$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n > \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^n < \frac{1}{3}$$

Applico il logaritmo in base 10:

$$n \log \frac{3}{4} < \log \frac{1}{3}$$

$$n \underbrace{(\log 3 - \log 4)}_{< 0} < -\log 3$$

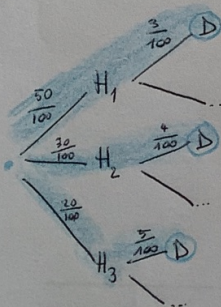
$$\Rightarrow n > \frac{-\log 3}{\log 3 - \log 4}$$

$$n > \frac{\log 3}{\log 4 - \log 3}$$

$$n > 3,8$$

$$\boxed{n \geq 4}$$

f)



Teorema di Bayes:

$$P(H_1/D) = \frac{P(D/H_1)P(H_1)}{P(D)} =$$

$$= \frac{\frac{3}{100} \cdot \frac{50}{100}}{\frac{3}{100} \cdot \frac{50}{100} + \frac{4}{100} \cdot \frac{30}{100} + \frac{5}{100} \cdot \frac{20}{100}} =$$

$$= \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2} = \frac{15}{15 + 12 + 10} = \boxed{\frac{15}{37}}$$

⑦ "Box logaritmico"

$$y = f(x) = \frac{\log_2 |x+1|}{\log_2^2 x - \log_2 x}$$

$$\text{Dominio: } \begin{cases} |x+1| > 0 \Leftrightarrow \forall x \neq -1 \\ x > 0 \\ \log_2^2 x - \log_2 x \neq 0 \end{cases}$$

$$t = \log_2 x$$

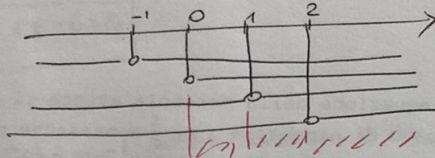
$$t^2 - t \neq 0$$

$$t \neq 0 \wedge t \neq 1$$

$$\log_2 x \neq 0 \wedge \log_2 x \neq 1$$

$$x \neq 1 \wedge x \neq 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq -1 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \wedge x \neq 2 \end{array} \right.$$

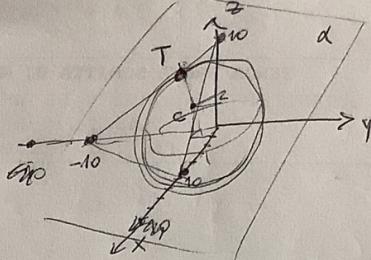


$$D =]0, 1[\cup]1, 2[\cup]2, +\infty[$$

f non è né pari, né dispari. Infatti non è soddisfatta la condizione topologica necessaria perché ciò possa verificarsi, ovvero la simmetria del dominio rispetto allo zero.

③ d: $x - y + z - 10 = 0 \quad \vec{n} = [1, -1, 1]$

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{-10} + \frac{z}{10} = 1$$



C(1, -1, 2)

a) la misura del raggio della superficie sferica e la distanza C, α :

$$R = d(C, \alpha) = \frac{|1 + 1 + 2 - 10|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Equazione superficie sferica:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = (2\sqrt{3})^2 \quad (*)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 6 = 0$$

b) $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + mt \\ z = 2 + nt \end{cases}$

con $\vec{v} = [l, m, n]$ vettore direzione della retta.

Esso deve essere $\parallel \vec{n}$. Per comodità

possiamo scegliere $\vec{v} = \vec{n}$, perciò

$$\begin{cases} l = 1 \\ m = -1 \\ n = 1 \end{cases} \rightarrow r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

c) Interseco la retta r e la sup. Σ per ottenere le coordinate di T:

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\Sigma: (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 12$$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$t^2 + t^2 + t^2 = 12 \Rightarrow t^2 = 4 \\ t = \pm 2$$

$$t=2 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \\ z = 4 \end{cases} \quad T_1(3, -3, 4)$$

$$t=-2 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad T_2(-1, 1, 0)$$

Tra T_1 e T_2 scelgo T_1 , poiché la quota (z) di T è maggiore di quella di C:

$$T \equiv T_1 = (3, -3, 4)$$